

混凝土结构基本原理

03

桥梁工程系 吴培峰

Tel: 65983426

E-mail: peifengwutj@163.com

2008

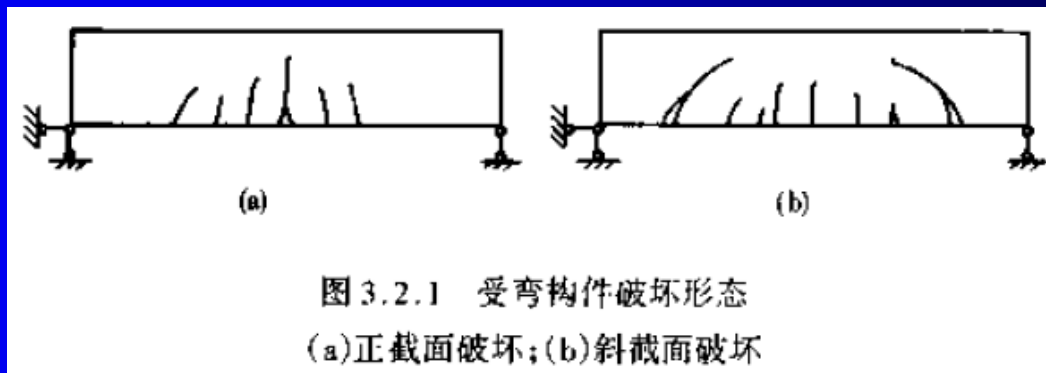


第四章 钢筋混凝土受弯构件斜截面承载力计算

§1 概述

(一) 斜截面破坏的概念

- 钢筋混凝土受弯构件横截面上除了由弯矩产生的正应力外，还有由剪力产生的剪应力。在正应力和剪应力的复合作用下，构件内会产生斜向的主拉应力和主压应力。
- 只要截面满足最小尺寸要求，主压应力一般不会引起破坏（混凝土抗压强度较高）。
- 当主拉应力达到混凝土抗拉极限强度时，会产生垂直于主拉应力方向的斜裂缝，并会导致构件在抗剪承载力薄弱处发生沿斜截面的剪切或弯曲破坏，属较危险的脆性破坏）。因此，





(二) 斜截面承载力计算内容

1. 斜截面抗剪承载力计算:

(1) 验算截面是否满足最小尺寸要求;

(2) 抗剪钢筋设计: 按计算需要配置腹筋 (箍筋、弯起钢筋(斜筋))。

— 腹筋的作用: 增强斜截面抗剪、抗弯能力, 限制斜裂缝的开展, 提高梁的延性, 使沿斜截面的脆性破坏转化为塑性破坏。

— 在构造上, 箍筋、弯起钢筋(斜筋)应与纵向主钢筋和构造钢筋(架立钢筋、防裂钢筋等)焊接或绑扎在一起, 形成整体受力的钢筋骨架。

2. 斜截面抗弯承载力计算:

一般通过满足规范的构造要求即可保证, 不必进行专门计算。



§2 受力分析

一、斜截面抗剪承载力的主要影响因素

- 斜截面抗剪承载力的影响因素很多，且较复杂。因此至今尚没有较完善的计算理论，目前采用的计算公式都是半经验半理论公式，在很大程度上依赖于试验研究成果。

- 主要影响因素：

1. 剪跨比（最主要）

定义： $m=a/h_0$ （ a —剪跨，指梁受集中荷载作用时集中力作用点到支点的距离，也即该截面的弯矩与剪力之比）

对于任意荷载形式，定义广义剪跨比： $m=M_d/(V_d h_0)$

m 的大小反映了截面上弯矩和剪力的相对比例关系，实际反映了截面的抗剪能力。 m 越大，梁的抗剪能力越小；当 $m>3$ 以后，抗剪能力基本不再变化。

2. 混凝土强度等级

3. 腹筋（如配箍率等）

4. 其他：纵向受拉钢筋配筋率、截面形状、荷载性质等

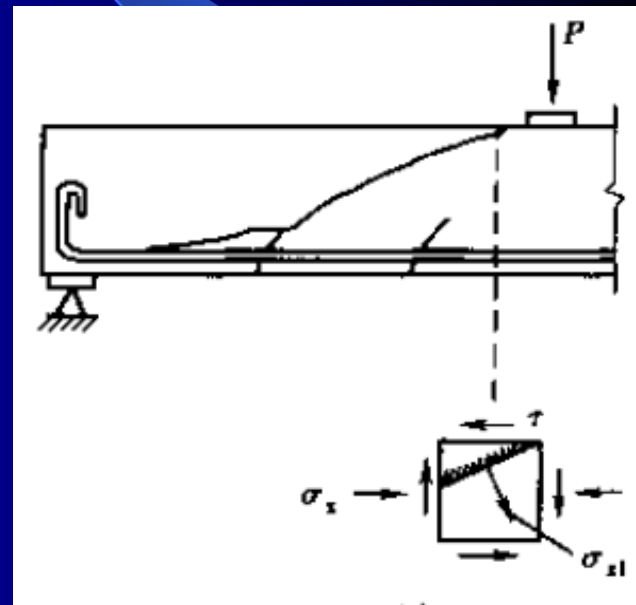


二、斜截面破坏形态

- 主要与 m 的大小有关。

(一) 斜拉破坏

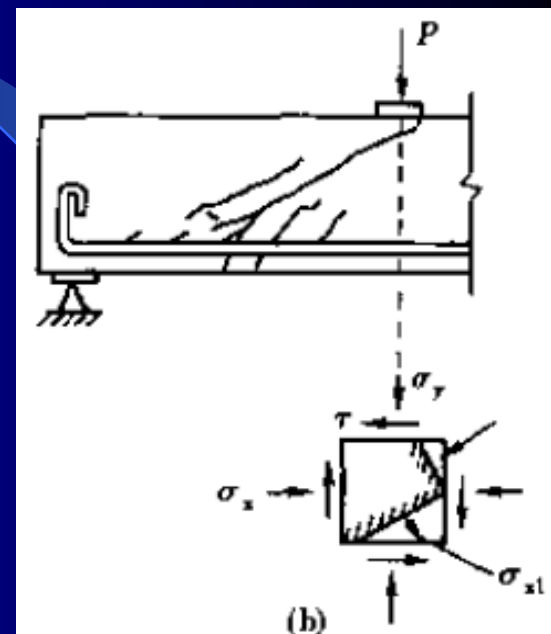
- 发生情况： $m \geq 3$ ，无腹筋梁或腹筋配置很少。
- 破坏特征：斜裂缝一旦出现，很快延伸至加载点，形成临界斜裂缝，将梁分裂成两部分而破坏；梁的抗剪能力很小，破坏属于突然发生的脆性破坏；设计中应避免发生斜拉破坏。
- 防止措施：配置最小用量的箍筋。





(二) 剪压破坏（最常遇的破坏形态）

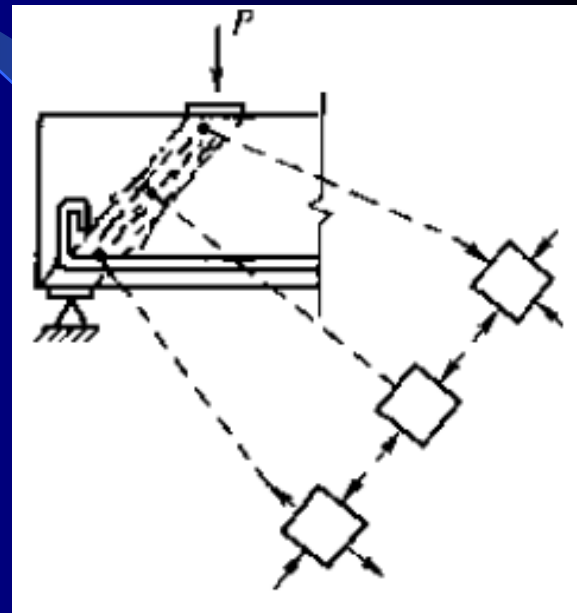
- 发生情况：腹筋配置适当，或无腹筋梁 $1 < m < 3$ 时。
- 破坏特征：随荷载的逐步增大，在多条斜裂缝中形成一条临界斜裂缝，但未贯通至梁顶，而在加载点下面维持有一定的受压区高度。梁还可继续加载，斜裂缝扩展，与之相交的腹筋应力逐渐增长达到屈服强度，而后剪压区混凝土面积减小，最后使混凝土在压应力和剪应力的复合作用下达到其极限强度而破坏；梁的抗剪能力介于斜压破坏和斜拉破坏之间；剪压破坏属于有明显破坏征兆的塑性破坏，是设计中所希望的要求；是《公桥规》中斜截面抗剪承载力计算公式建立的依据。
- 防止措施：根据计算配置适当的腹筋。





(三) 斜压破坏

- 发生情况： $m \leq 1$ ，或腹筋配置过多，腹板较薄时，都会由于主压应力过大而造成腹板斜向压坏。
- 破坏特征：随着荷载的增加，在加载点和支点之间出现一系列大体平行的斜裂缝，将梁腹板分割成许多斜的受压短柱，最后混凝土在弯矩和剪力的复合作用下被压碎而破坏；梁的抗剪能力较高；斜压破坏一般发生在剪力大、弯矩小的区段，破坏时腹筋应力尚未达到屈服强度，类似于超筋梁的脆性破坏，设计中应予以避免。
- 防止措施：通过限制截面最小尺寸，控制主压应力不过大。





§3 斜截面抗剪承载力计算

一、基本公式

- 《公桥规》中的斜截面抗剪承载力计算公式是一种半理论半经验公式。
- 对于配置箍筋和弯起(斜)钢筋的矩形、T形截面梁，发生剪压破坏时，斜截面所承受的总剪力由剪压区混凝土、箍筋和弯起钢筋三者共同承担。其斜截面抗剪承载力按下式计算：

$$\gamma_0 V_d \leq V_c + V_{sb} + V_s = V_{cs} + V_{sb} \quad (1)$$

V_d ——斜截面受压端正截面上由作用(或荷载)产生的最大剪力组合设计值(kN)；

V_c ——斜截面内混凝土的抗剪承载力设计值(kN)；

V_s ——斜截面内箍筋的抗剪承载力设计值(kN)；

V_{cs} ——斜截面内混凝土和箍筋共同的抗剪承载力设计值(kN)；

V_{sb} ——与斜截面相交的弯起钢筋抗剪承载力设计值(kN)

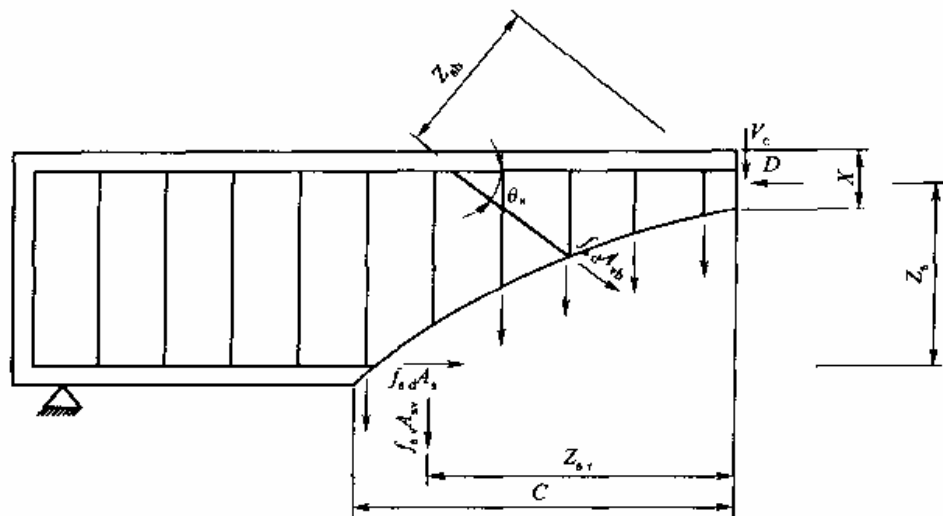


图 4.3.1 斜截面抗剪承载力验算



一、基本公式

(一) 混凝土和箍筋的抗剪承载力

- 一般认为：剪跨比、混凝土强度等级和纵向钢筋配筋率是影响混凝土抗剪强度的主要因素。
 - (1) 剪跨比越大，混凝土抗剪能力越小；
 - (2) 试验表明，混凝土抗剪强度与混凝土强度等级的平方根成正比；
 - (3) 纵向钢筋可以约束斜裂缝的开展，保证受压区混凝土的抗剪作用。
- 《公桥规》中，混凝土和箍筋的综合抗剪承载力计算公式为：

$$V_{cs} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 0.45 \times 10^{-3} b h_0 \sqrt{(2 + 0.6p)} \sqrt{f_{cu,k} \rho_{sv} f_{sv}} \quad (2)$$

式中： α_1 ——异号弯矩影响系数，计算简支梁和连续梁近边支点梁段的抗剪承载力时 $\alpha_1 = 1.0$ ；

计算连续梁和悬臂梁近中间支点梁段的抗剪承载力时， $\alpha_1 = 0.9$ ；

α_2 ——预应力提高系数，对钢筋混凝土受弯构件， $\alpha_2 = 1.0$ ；对预应力混凝土受弯构件， $\alpha_2 = 1.25$ ，但当由钢筋合力引起的截面弯矩与外弯矩的方向相同，或对于允许出现裂缝的预应力混凝土受弯构件，取 $\alpha_2 = 1.0$ ；

α_3 ——受压翼缘的影响系数，取 $\alpha_3 = 1.1$ ；

b ——斜截面受压端正截面处矩形截面宽度，或 T 形和 I 形截面腹板宽度 (mm)；

h_0 ——斜截面受压端正截面的有效高度，自纵向受拉钢筋合力点至受压边缘的距离 (mm)；



一、基本公式

P ——斜截面内纵向受拉钢筋的配筋百分率, $p = 100\rho$, $\rho = (A_p + A_{pb} + A_s)/(bh_0)$ 当 $p > 2.5$ 时, 取 $p = 2.5$;

$f_{cu,k}$ ——边长为 150mm 的混凝土立方体抗压强度标准值 (MPa), 即为混凝土强度等级;

ρ_{sv} ——斜截面内箍筋配筋率, 如图 4.3.2 所示, $\rho_{sv} = A_{sv}/(S_v b)$;

f_{sv} ——箍筋抗拉强度设计值, 按表 2.4.6 采用; 但取值不宜大于 280MPa;

A_{sv} ——斜截面内配置在同一截面的箍筋各肢总截面面积 (mm^2);

S_v ——斜截面内箍筋的间距 (mm)。

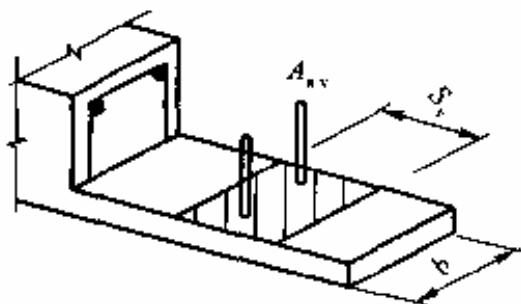


图 4.3.2 箍筋配筋率面积



一、基本公式

(二) 弯起（斜）钢筋的抗剪承载力

- 即为弯起钢筋抗拉承载力的竖向分量：

$$V_{sb} = 0.75 \times 10^{-3} f_{sd} \sum A_{sb} \sin \theta_s \quad (3)$$

式中： A_{sb} ——斜截面内在同一弯起平面的普通弯起钢筋截面面积(mm^2)；

θ_s ——普通弯起钢筋(在斜截面受压端正截面处)的切线与水平线的夹角。

0.75——弯起钢筋应力不均匀系数。



二、基本公式适用条件

(一) 抗剪上限值——截面最小尺寸

- 梁斜压破坏时的抗剪承载力取决于混凝土抗压强度等级及截面尺寸。因此为防止产生斜压破坏,《公桥规》规定:矩形、T形和工字形截面梁的抗剪上限为:

$$\gamma_0 V_d \leq 0.51 \times 10^{-3} \sqrt{f_{cu,k}} b h_0$$

式中: V_d ——验算截面处由作用(或荷载)产生的剪力组合设计值(design value of combination for shear effects)(kN);

b ——相应于剪力组合设计值处的矩形截面宽度或T形、工字形截面腹板宽度(mm);

h_0 ——相应于剪力组合设计值处的截面有效高度,即自纵向受拉钢筋合力点至受压边缘的距离(mm)。

- 上式如不满足,应放大截面尺寸或提高混凝土强度等级。



二、基本公式适用条件

(二) 抗剪下限值与最小配箍率 $\rho_{sv,min}$

- 如果箍筋配置过少，一旦斜裂缝出现，箍筋应力可能很快达到屈服强度，不能限制斜裂缝的开展，可能导致梁的斜拉破坏。因此需要限制最小配箍率，以避免发生斜拉破坏。
- 《公桥规》规定，矩形、T形和工字形截面梁若满足下式条件（抗剪下限值），则不需进行斜截面抗剪强度计算，而仅需按构造要求配置箍筋，并满足最小配箍率的要求：

$$\gamma_0 V_d \leq 0.50 \times 10^{-3} \alpha_2 f_{ld} b h_0$$

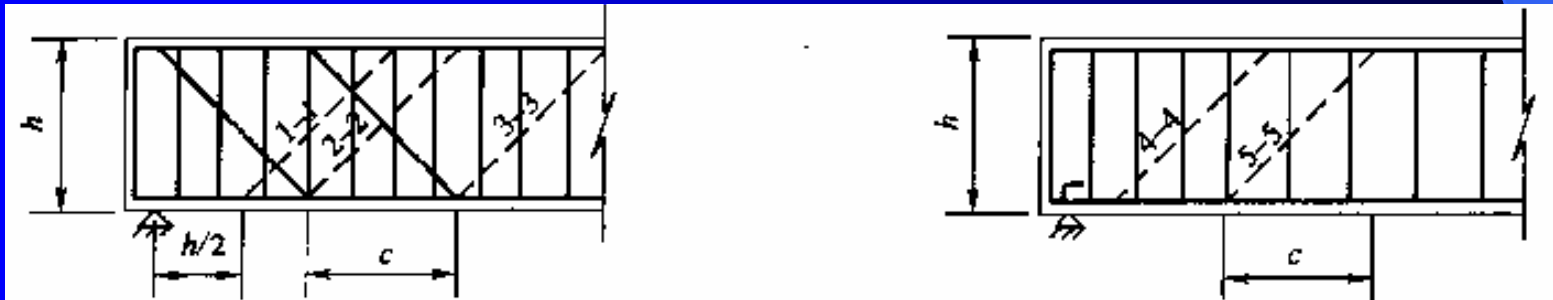
- 最小配箍率的规定：

R235(Q235):	$\rho_{sv} \geq 0.0018$
HRB335:	$\rho_{sv} \geq 0.0012$



三、斜截面抗剪承载力复核

- 通常在若干控制截面处进行。这些位置容易受到应力剧变、应力集中的影响，是构件的薄弱环节。
- 验算截面位置：
 1. 简支梁和连续梁近边支点梁段
 - (1) 距支座中心 $h/2$ 处的截面1-1。因为在 $h/2$ 以外，混凝土抗力急剧降低。
 - (2) 受拉区弯起钢筋弯起点处截面2-2、3-3。
 - (3) 受拉区纵向钢筋开始不受力处截面4-4。
 - (4) 箍筋数量或间距改变处的截面5-5。
 - (5) 构件腹板宽度改变处的截面。

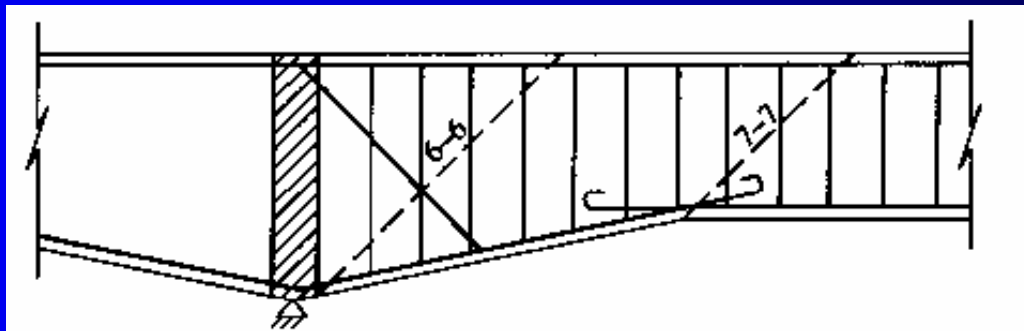




- 验算截面位置：
 2. 连续梁和悬臂梁近中间支点梁段
 - (1) 支点横隔梁边缘处截面6-6。
 - (2) 变高度梁高度突变处截面7-7。
 - (3) 参照简支梁需要验算的截面。
- 计算方法：将已知参数代入式（1）~（3）验算即可：

$$\gamma_0 V_d \leq V_c + V_{sb} + V_s = V_{cs} + V_{sb}$$

若不满足上式，则应重新设计抗剪钢筋或修改截面尺寸等。

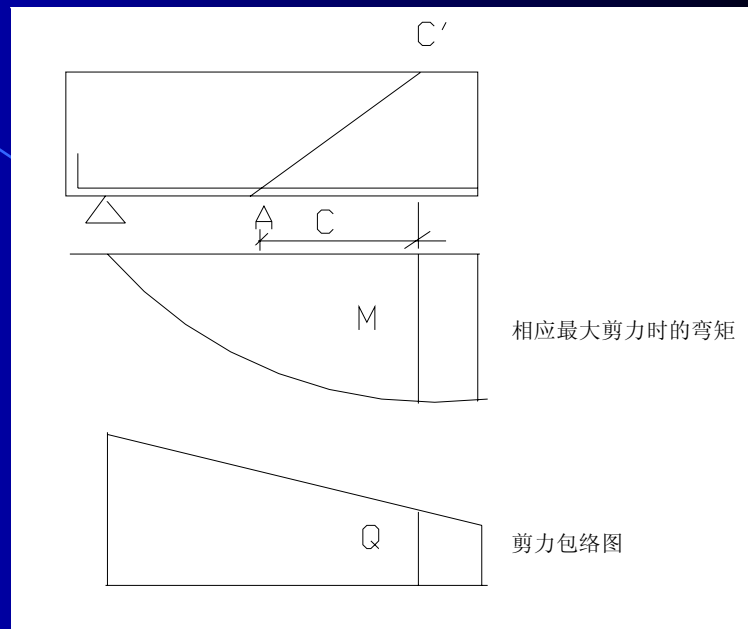




- 斜截面水平投影长度 C 的确定

$$C=0.6mh_0=0.6M_d/V_d$$

式中： V_d 为斜截面受压端上的最大剪力设计值， M_d 为相应于最大剪力设计值的弯矩设计值，它不是该处的最大弯矩设计值，因此不能从弯矩包络图上直接量取。



C 值的试算法：先假定一 C 值(如 $C=h_0$)，按此 C 值确定的斜截面位置计算相应的 V_d 和 M_d ，并按上式求得一 C' 值；若 C' 和假定的 C 值相差较大，则以 C' 值为新的假定值重复上述步骤，直到 C 的假定值和计算值接近或相等为止(称为收敛)，此时的 C 值即为所求。此法通常称为迭代法。



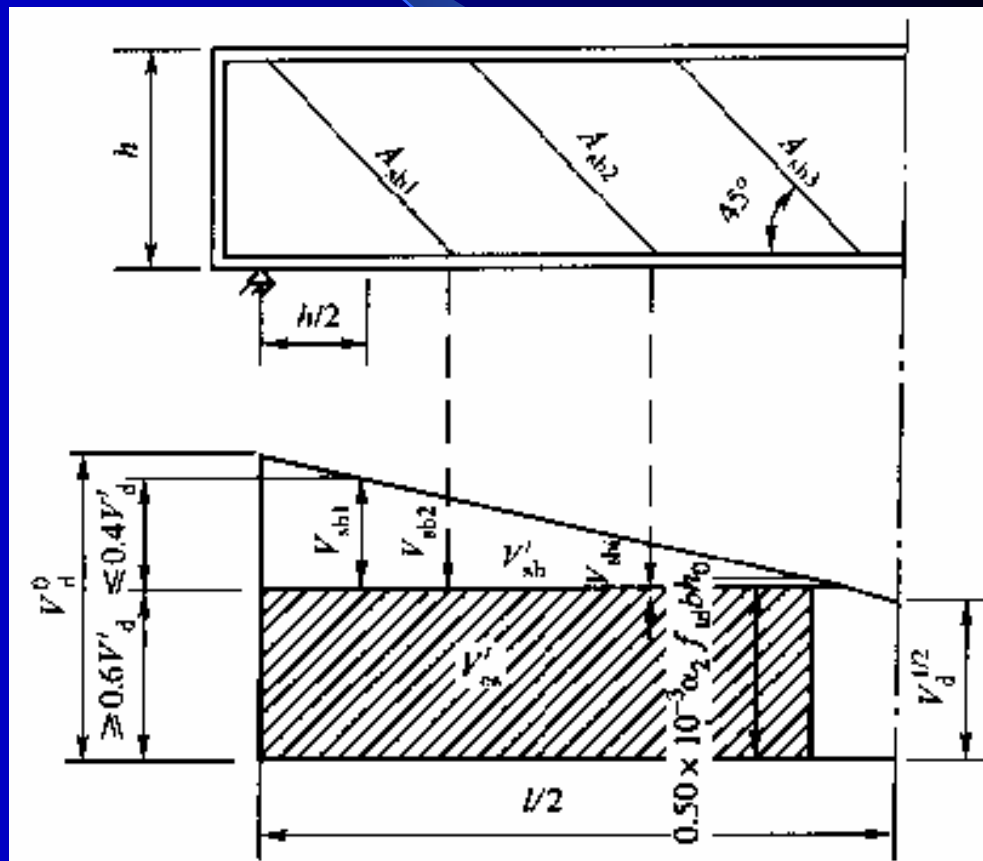
四、抗剪配筋设计

- 需要进行抗剪钢筋设计计算的

梁段范围: $0.50 \times 10^{-3} \alpha_2 f_{td} b h_0 < \gamma_0 V_d \leq 0.51 \times 10^{-3} \sqrt{f_{cu,k}} b h_0$

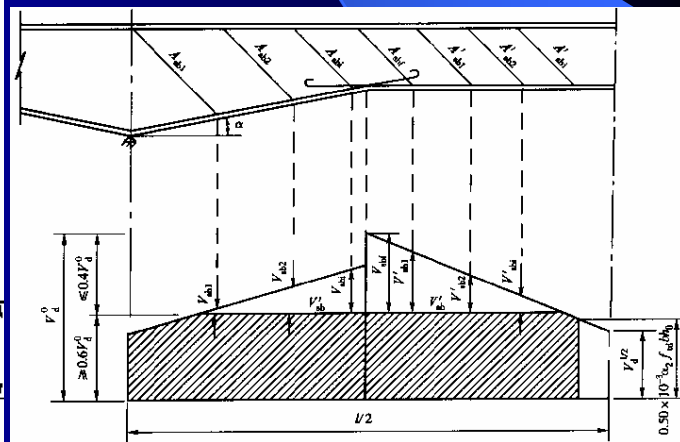
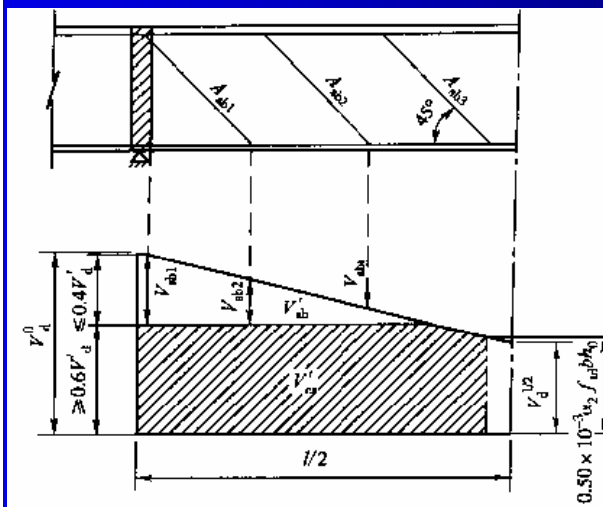
- 矩形、T形和工字形截面梁的箍筋、弯起钢筋应按下列规定进行计算和配置:

以剪力包络图为依据, 由混凝土、箍筋和弯起钢筋按比例分配剪力图, 共同承担计算剪力。





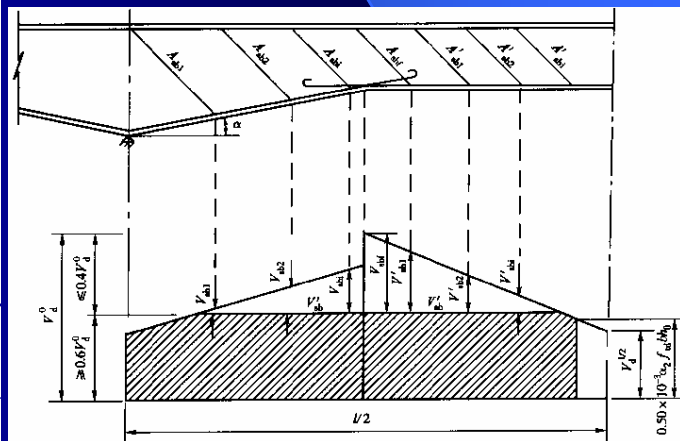
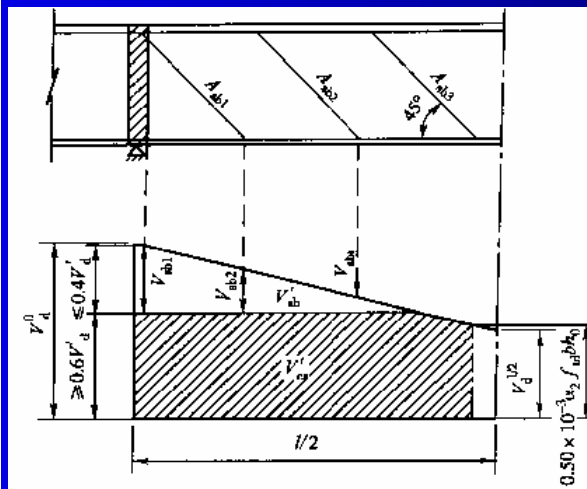
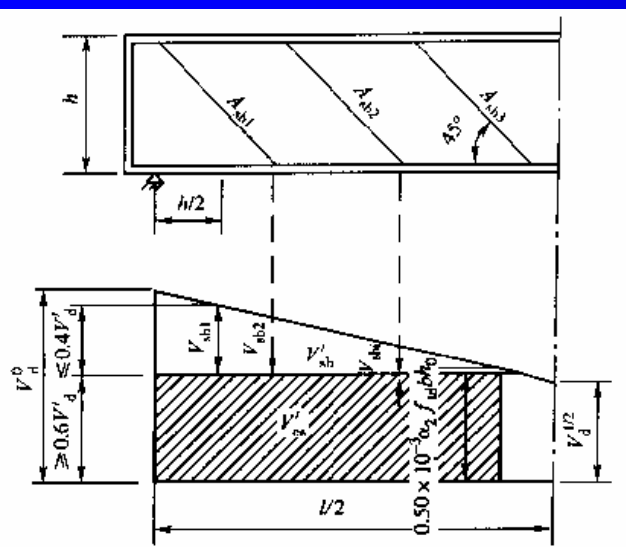
-





2. 第一排弯起钢筋承担剪力的取值:

- (1) 对于简支梁和连续梁近边支点梁段, 取用距支点 $h/2$ 处由弯起钢筋承担的剪力;
- (2) 对于等高度连续梁和悬臂梁近中间支点梁段, 取用支点横隔梁边缘处由弯起钢筋承担的剪力;
- (3) 对于变高度连续梁和悬臂梁近中间支点的变高度梁段, 取用第一排弯起钢筋下面弯点处由弯起钢筋承担的剪力。

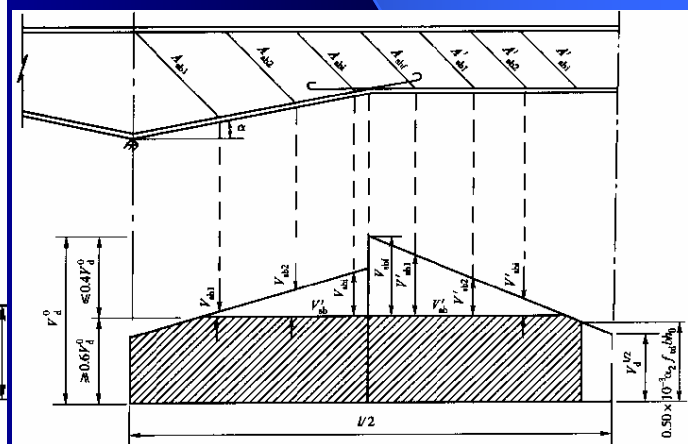
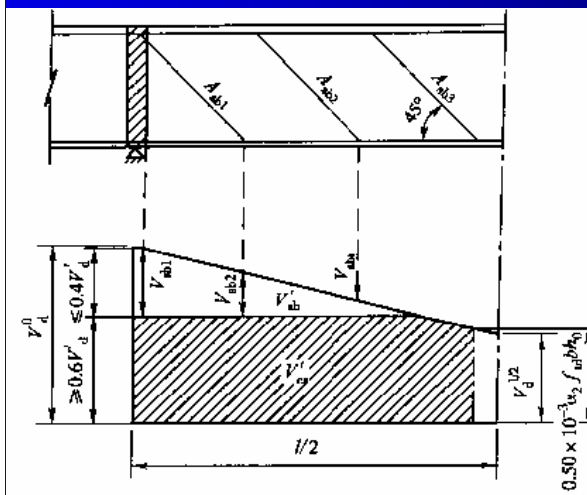
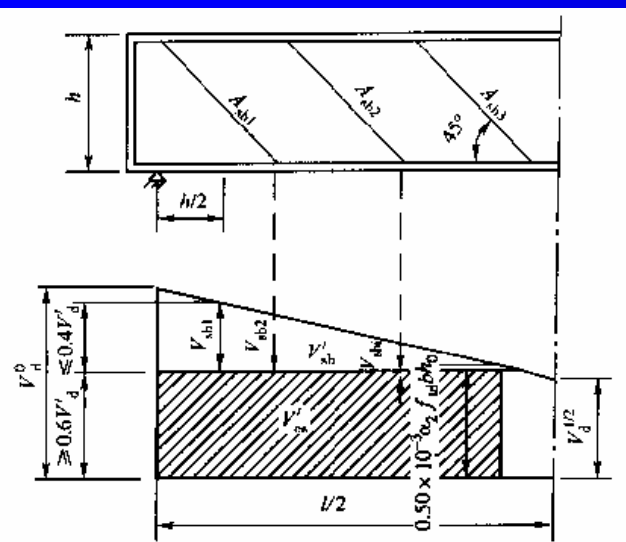




3. 第一排弯起钢筋以后的每一排弯起钢筋承担剪力的取值:

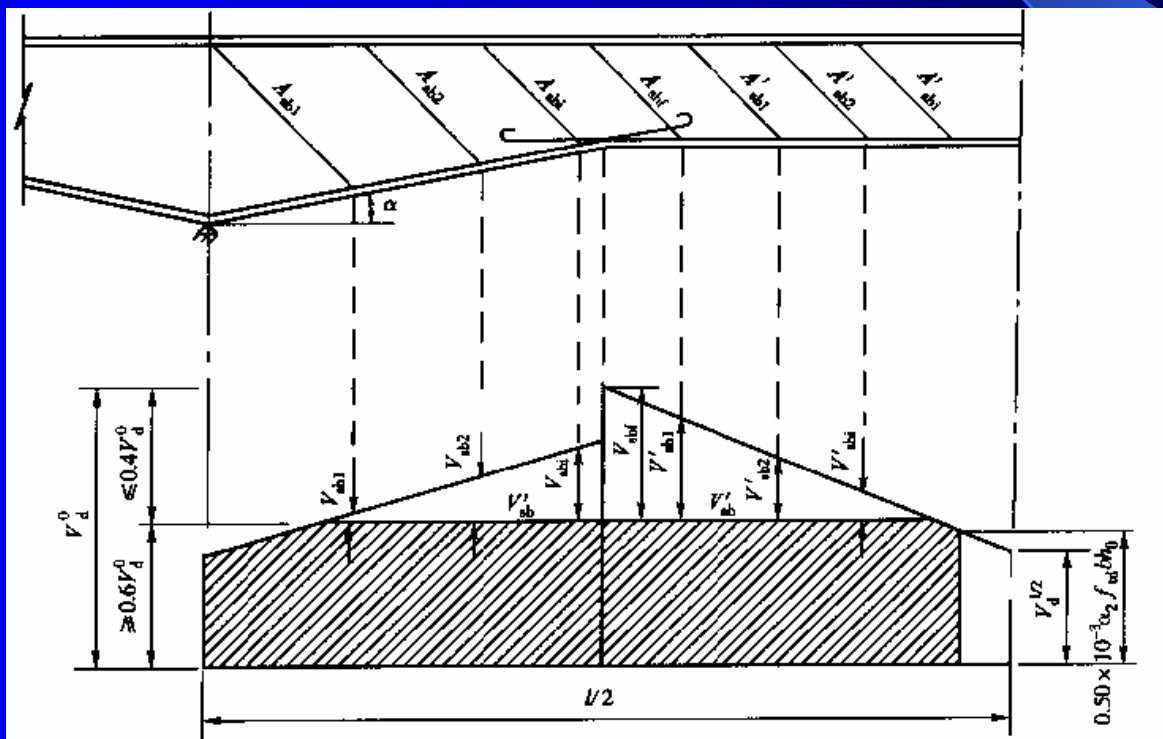
(1) 对于简支梁、连续梁近边支点梁段，等高度连续梁和悬臂梁近中间支点梁段，均取用前一排弯起钢筋下面弯点处由弯起钢筋承担的剪力；

(2) 对于变高度连续梁和悬臂梁近中间支点的变高度梁段，取用各该排弯起钢筋下面弯点处由弯起钢筋承担的剪力。





4. 变高度连续梁和悬臂梁跨越变高段与等高段交接处的弯起钢筋承担的剪力，取用交接截面剪力峰值由弯起钢筋承担的剪力；
等高度梁段各排弯起钢筋承担的剪力，取用各该排弯起钢筋上面弯点处由弯起钢筋承担的剪力值。





(一) 箍筋设计

- 由下式和“混凝土和箍筋承担最大剪力不小于设计值的60%”的原则：

$$V_{cs} = \alpha_1 \alpha_3 \times 0.45 \times 10^{-3} b h_0 \sqrt{(2 + 0.6p)} \sqrt{f_{cu,k} \rho_{sv} f_{sv}}$$

$$\rho_{sv} = A_{sv} / (S_v b)$$

可由上式求得配箍率，由于

可先选定箍筋形式和直

径(即总截面积)，再按下式计算箍筋间距

$$S_v = \frac{\alpha_1^2 \alpha_3^2 \times 0.2 \times 10^{-6} (2 + 0.6p) \sqrt{f_{cu,k}} A_{sv} f_{sv} b h_0^2}{(\xi \gamma_0 V_d)^2}$$

- 反之，也可先选定箍筋间距，由上式求得箍筋截面面积，再选定箍筋肢数和直径。
- 箍筋的构造要求：直径不小于8mm或主筋直径的1/4；间距规定等。



(二) 弯起（斜）钢筋设计

- 由式（3）：
$$V_{sb} = 0.75 \times 10^{-3} f_{sd} \sum A_{sb} \sin \theta_s$$

可求得每一排弯起钢筋的截面积：

$$A_{sb} = \frac{\gamma_0 V_{sb}}{0.75 \times 10^{-3} f_{sd} \sin \theta_s} \quad (\text{mm}^2)$$

- 构造要求：对于保证构件的斜截面抗剪承载力非常重要。如：
 - (1) 各道斜筋的水平投影必须互相搭接，以保证至少有一道斜筋承受任一斜截面的主拉应力；
 - (2) 斜筋的倾角通常在 $30^\circ \sim 60^\circ$ ，不得小于 30° ，以免斜筋不起作用；斜筋两端必须与主筋和架立钢筋牢固焊接，并保证必需的焊缝长度。
 - (3) 弯起（斜）钢筋应对称于截面中线成对弯起（或设置），以使构件受力对称、均匀。



§ 4 斜截面抗弯承载力计算

- 受弯构件沿斜截面的破坏，除了由最大剪力引起的剪切破坏外，还可能发生由最大弯矩引起的弯曲破坏。通常发生在抗剪钢筋较强而抗弯钢筋过弱或受拉主筋锚固不足、主筋截断及弯起位置不当等情况下。因此还需进行斜截面抗弯承载力计算。
- 验算截面位置与抗剪承载力计算相同。
- 斜截面弯曲破坏时，与斜截面相交的箍筋、弯起钢筋及纵向受拉钢筋的应力均达到各自的设计强度，受压区混凝土达到抗压极限强度而产生很大变形，直至混凝土被压碎而破坏。



混凝土结构基本原理

- 斜截面抗弯承载力计算图式：

根据通过斜截面顶端正截面(即剪压面)混凝土合力 D 作用点 O 为中心的力矩平衡条件，可得斜截面抗弯承载力计算公式：

$$\gamma_0 M_d \leq f_{sd} A_s Z_s + \sum f_{sd} A_{sb} Z_{sb} + \sum f_{sv} A_{sv} Z_{sv}$$

式中： M_d ——斜截面受压端正截面的最大弯矩组合设计值；

Z_s ——纵向普通受拉钢筋合力点至受压区中心点 O 的距离；

Z_{sb} ——与斜截面相交的同一弯起平面内普通弯起钢筋合力点至受压区中心点 O 的距离；

Z_{sv} ——与斜截面相交的同一平面内箍筋合力点至斜截面受压端的水平距离。

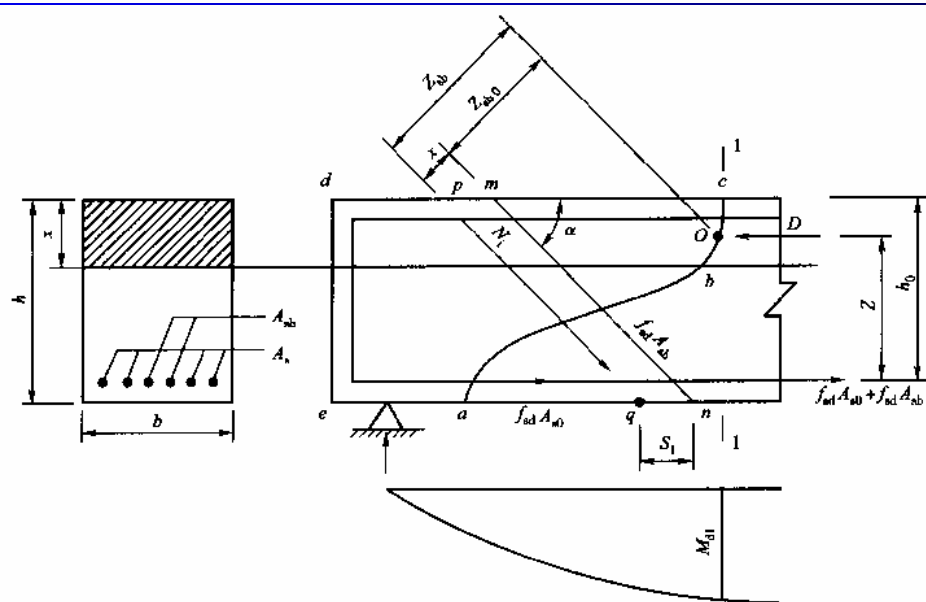


图 4.4.1 斜截面抗弯受力分析



- 最不利斜截面位置的确定（试算法）：

在受拉区抗弯薄弱处，自下而上沿斜向计算几个不同角度的斜截面进行比较，以确定最不利斜截面的大致位置。然后选取某一斜截面进行试算，如果该斜截面上的所有抵抗剪力恰等于过斜截面受压端正截面相应于最大弯矩设计值的剪力设计值，即求得最不利斜截面位置。试算公式为：

$$\gamma_0 V_d = \sum f_{sd} A_{sb} \sin \theta_s + \sum f_{sv} A_{sv}$$

式中： V_d ——斜截面受压端正截面相应于最大弯矩组合设计值的剪力组合设计值。



混凝土结构基本原理

- 在实际设计中，如能按规范有关构造要求进行抗剪配筋设计，主要是控制纵向钢筋的弯起点（截断点）位置，保证钢筋的最小锚固长度，则斜截面抗弯承载力可以得到保证而无需验算。
- 根据推导（见教材P.72）可得：只要满足 $S_1 \geq 0.5h_0$ ，即可保证斜截面抗弯承载力。即纵向受拉钢筋弯起时，从该钢筋充分发挥抗力点（充分利用点）（按正截面抗弯承载力计算充分利用该钢筋强度的截面与弯矩包络图的交点），到实际弯起点之间的距离不得小于 $h_0/2$ 。
- 弯起钢筋可以在理论弯起点（按正截面抗弯承载力计算不需要该钢筋的截面处）之前弯起，但弯起钢筋与梁中心线的交点应位于其理论弯起点之外（即抗弯承载力图形应能完全包围设计弯矩包络图）。

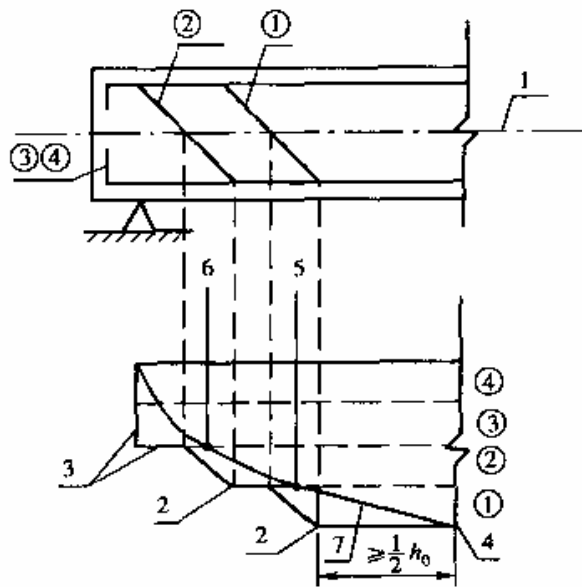


图 4.4.2 弯起钢筋弯起点位置

- 1-梁中心线；2-受拉区钢筋弯起点；3-正截面抗弯承载力图形；
4-钢筋①④强度充分利用的截面；5-按计算不需要钢筋①的截面（钢筋②~④强度充分利用截面）；6-按计算不需要钢筋②的截面（钢筋③~④强度充分利用截面）；7-弯矩图；①、②、③、④-钢筋批号。



- 钢筋末端锚固长度的构造要求:

(1) 弯起钢筋末端(弯终点以外)的锚固长度: 受拉区不小于 $20d$, 受压区不小于 $10d$; 环氧树脂涂层钢筋增加25%。

(2) 纵向钢筋截断时的延伸长度:

- 纵向受拉钢筋的截断点, 应从其充分利用点至少延伸 $(l_a + h_0)$ 长度, l_a 为受拉钢筋最小锚固长度; 同时, 应满足从理论截断点至少延伸 $20d$ (环氧钢筋为 $25d$)。
- 纵向受压钢筋如在跨间截断时, 应延伸至其理论截断点以外至少 $15d$ (环氧钢筋为 $20d$)。

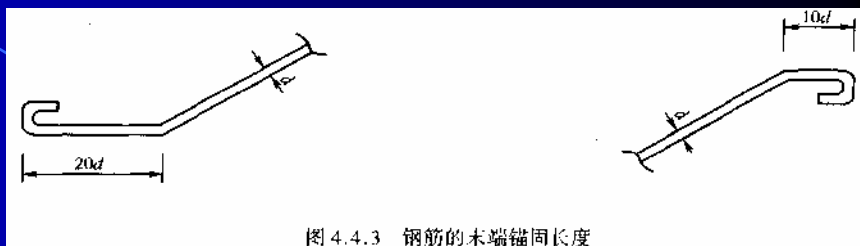


图 4.4.3 钢筋的末端锚固长度

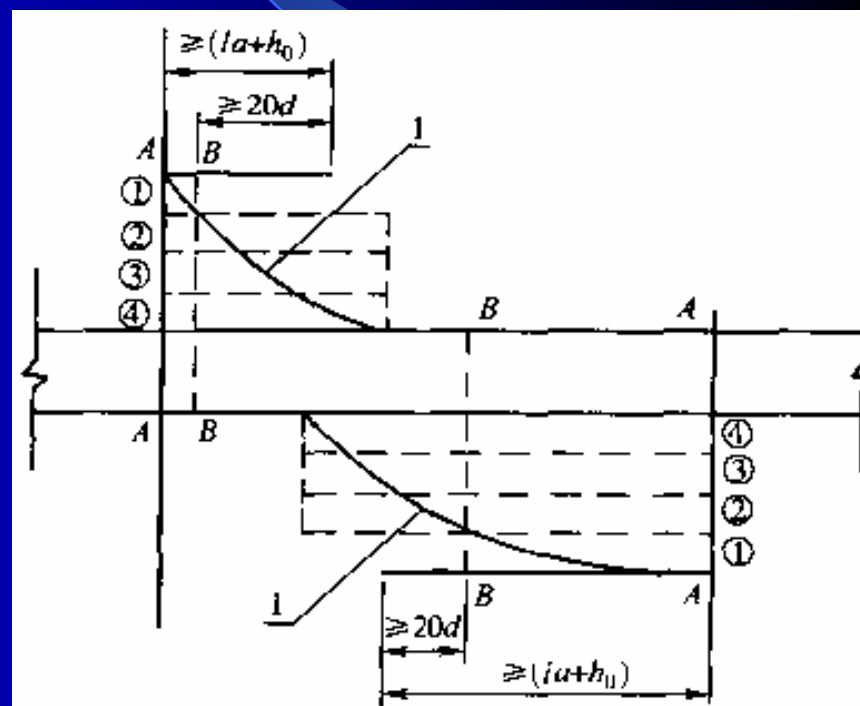


图 4.4.4 纵向钢筋截断时的延伸长度

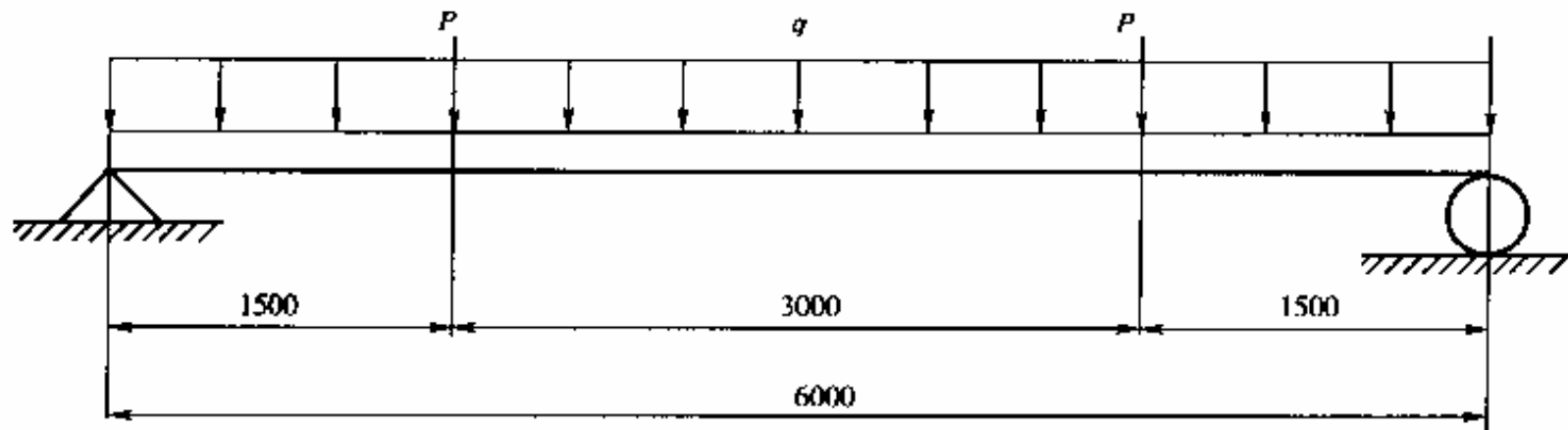


● 本章习题（教材P.74）：2[自行练习，不需交批]

2. 如习题图 4.1 所示简支梁, $b = 250\text{mm}$, $h = 550\text{mm}$, 混凝土强度等级为 C25, 箍筋为 HPB235 级钢筋, 纵向受拉钢筋用 HRB335 级钢筋, 集中荷载设计值 $P = 135\text{kN}$, 均布荷载设计值 $q = 6.5\text{kN/m}$ (包括自重)。请对下列两种情况进行受剪承载力计算:

(1) 仅配置箍筋, 并选定箍筋直径和间距;

(2) 箍筋按双肢 $\phi 6$, 间距为 200mm 配置, 计算弯起钢筋用量, 并绘制腹筋配置草图。



习题图 4.1



第五章 钢筋混凝土梁承载能力校核与构造要求

§ 1 全梁承载能力校核

一、全梁承载能力校核的目的

- 目的：所设计的梁沿长度任一截面都要保证在最不利作用效应下，同时满足正截面和斜截面承载力要求，协调解决钢筋混凝土梁设计的全局性问题，实现结构设计的总体优化。
 - (1) 在斜截面抗剪钢筋设计中，箍筋、混凝土、弯起钢筋的总抗力足以覆盖剪力包络图，即在任一截面已满足： $\gamma_0 V_d \leq V_d'$ 。
 - (2) 在正截面抗弯承载力设计中，一般仅对弯矩最大的若干控制截面进行计算，满足： $\gamma_0 M_d \leq M_d'$ ，而其他截面未作计算；且由于梁的弯矩值沿跨长变化，通常纵向主钢筋需在不同位置弯起（以满足斜截面抗剪强度要求）或截断（以节约钢筋）。因此，主钢筋弯起或截断位置的确定，要综合满足全梁任一截面处正截面和斜截面承载力的要求。

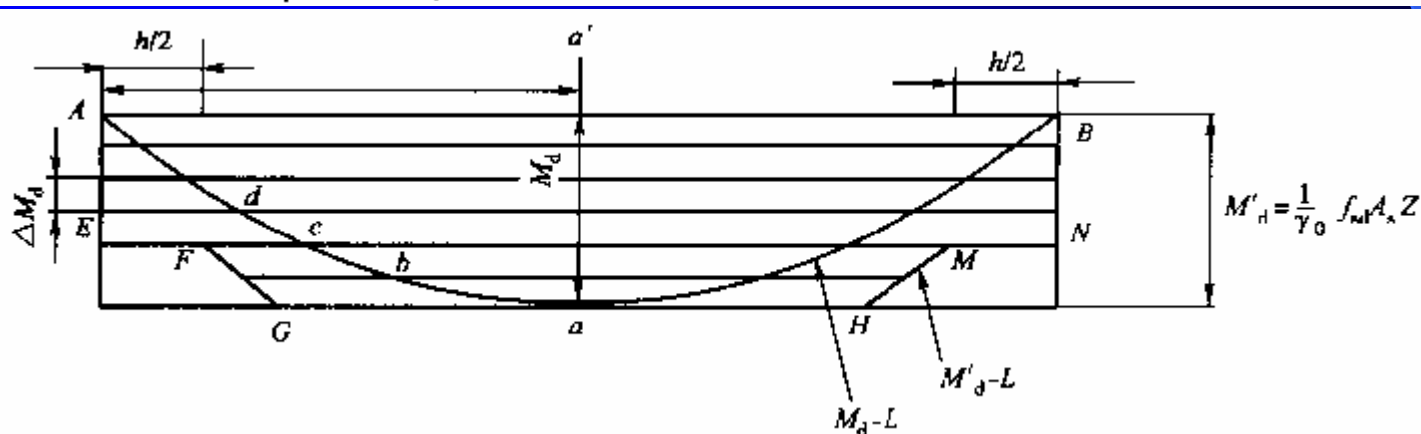


● 全梁承载能力校核的方法

- (1) 在实际设计中，全梁正截面承载力通常采用图解法进行校核：即用弯矩包络图与承载力图进行校核（P.75~77及图5.1.1）。
- (2) 综合考虑正截面和斜截面承载力要求，以及相关的构造要求，适当调整主筋的弯起或截断位置、根数，或补充若干斜钢筋。设计调整的最重要依据就是满足规范规定的各项构造要求（参见P.77~78）；并使承载力图（ $M_d'-L$ ）能完全包络弯矩包络图（ M_d-L ）。

- **概念：**指按纵向主钢筋的实际配置状况（包括弯起或截断）而绘制的反映梁沿跨径各正截面的抗弯承载力图（能承受的最大弯矩图）。

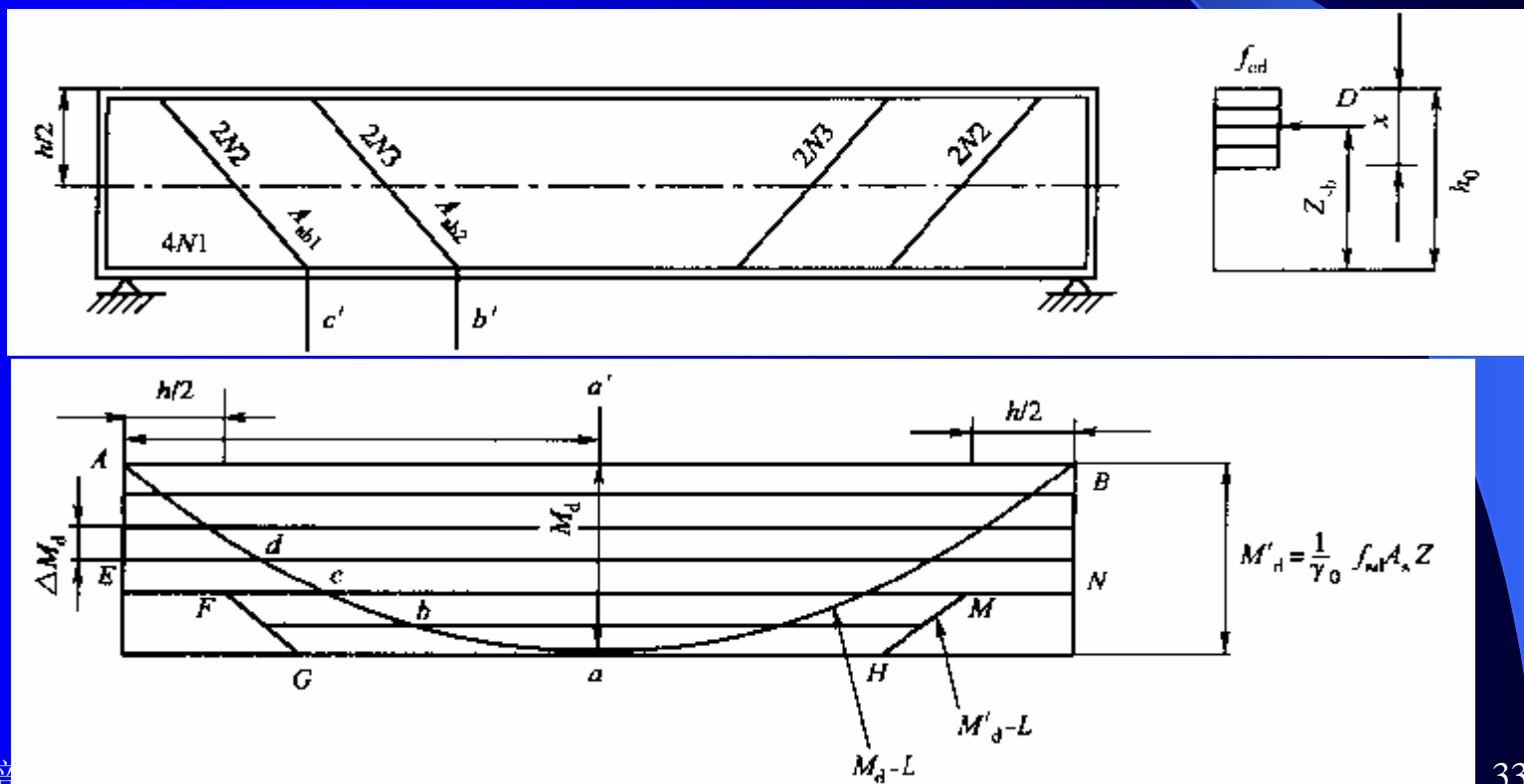
● 金





混凝土结构基本原理

- 全梁承载能力校核图：
 - 跨中截面：按最大 M_d 要求设置6根主筋 $4N1+2N2$ ；
 - 在其他截面处，若主筋沿梁全长通过，则在弯矩较小处抗弯承载力有较大富余，且未考虑抗剪的需要，是不合理的设计；
 - 因此，把纵向主钢筋按弯矩值的变化在适当位置弯起（抗剪）或截断将是经济合理的。





混凝土结构基本原理

● 抗弯承载力图的绘制:

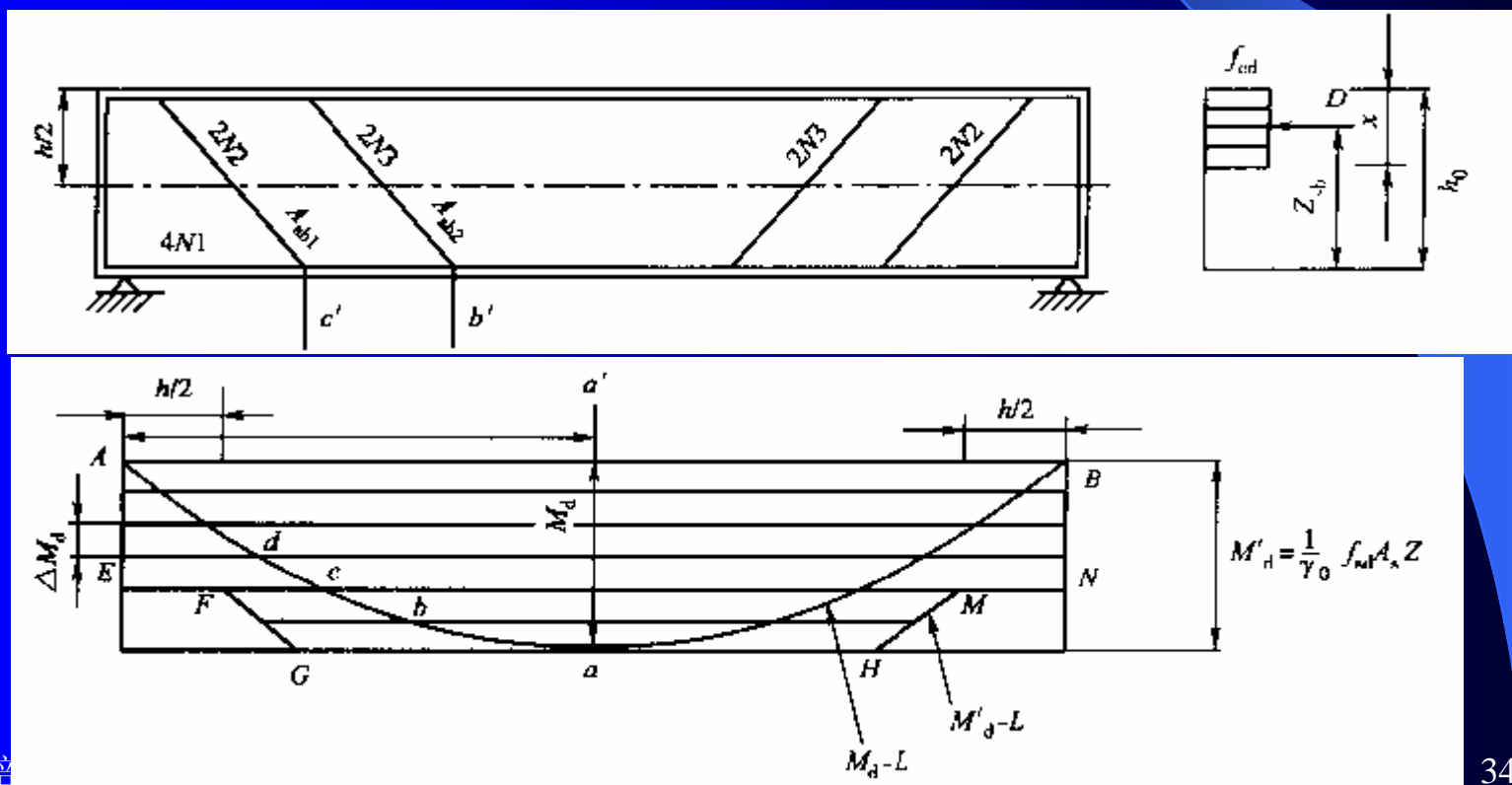
— 跨中截面主筋的总抗力:

$$M'_d = \frac{1}{\gamma_0} f_{sd} A_s Z = \frac{1}{\gamma_0} \sum A_{si} f_{sd} Z_{sb}$$

— 每根钢筋的抗力可近似地按其面积占总面积的比例来计算:

$$\Delta M'_d = \frac{1}{\gamma_0} f_{sd} A_{si} Z_{sb} \frac{A_{si}}{A_s} M_u$$

式中, $Z_{sb} = (h_0 - \frac{x}{2})$, 内力偶臂。





- 抗弯承载力图的绘制:
 - 理论弯起(截断)点: 弯矩包络图与抗力图分割线的交点**b、c、d**点;
 - 实际弯起(截断)点: 按规范规定, 应从其充分利用点向支座方向延伸至少 $h_0/2$ (**aG、bG**);
 - **b'**点处不能弯起两根主钢筋, 只能补充两根斜筋**2N3**作为抗剪钢筋;
 - 斜线段**GF**: **F**点为弯起钢筋与梁轴线(近似取 $h/2$)的交点, 应位于理论弯起点**c**点以外; 其位于受拉区的部分承担一部分弯矩, 位于受压区的部分不考虑其抗弯能力;
 - 总之, 抗力图必须覆盖弯矩包络图, 以保证全梁的抗弯承载能力; 同时也能满足斜截面抗剪和抗弯强度。





§2 构造要求

一、保证正截面抗弯承载力

- 主筋锚固长度要求：主筋须从其不受力点起延伸最小锚固长度后再截断，以免锚固失效而削弱承载力。

钢筋最小锚固长度 l_a

表 5.2.1

混 凝 土 项 目		R235(Q235)				HRB335				HRB400, KI400			
		C20	C25	C30	≥ C40	C20	C25	C30	≥ C40	C20	C25	C30	≥ C40
受压钢筋(直端)		40d	35d	30d	25d	35d	30d	25d	20d	40d	35d	30d	25d
受拉 钢筋	直端	—	—	—	—	40d	35d	30d	25d	45d	40d	35d	30d
	弯钩端	35d	30d	25d	20d	30d	25d	25d	20d	35d	30d	30d	25d



一、保证正截面抗弯承载力

- 受力钢筋端部弯钩的构造要求：

弯曲部位	弯曲角度	形 状	钢筋	弯曲直径 (D)	平直段长度
末端弯钩	180°		R235 (Q235)	$\geq 2.5d$ ($d \leq 20\text{mm}$)	$\geq 3d$
	135°		HRB335	$\geq 4d$	$\geq 5d$
			HRB400 KL400	$\geq 5d$	
	90°		HRB335	$\geq 4d$	$\geq 10d$
			HRB400 KL400	$\geq 5d$	
中间弯折	$\leq 90^\circ$		各种钢筋	$\geq 20d$	—

注：采用环氧树脂涂层钢筋时，除应满足表内规定外，当钢筋直径 $d \leq 20\text{mm}$ 时，弯钩内直径 D 不应小于 $4d$ ，当 $d > 20\text{mm}$ 时，弯钩内直径 D 不应小于 $6d$ ；直线段长度不应小于 $5d$ 。



二、保证斜截面抗剪承载力

- 箍筋、弯起钢筋的一般构造要求；弯起钢筋末端（弯终点以外）应留有一定的锚固长度。

三、保证斜截面抗弯承载力

- 纵向主钢筋弯起时，弯起点和弯终点位置的控制。



§3 斜截面设计与全梁承载力校核示例

某装配式等高简支 T 梁, 混凝土强度等级 C25, 纵向受拉钢筋 HRB335 级钢筋, 箍筋采用 R235 级钢筋。设计荷载作用下弯矩组合设计值: $M_d^{1/2} = 2100 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $M_d^{1/4} = 1358 \text{ kN} \cdot \text{m}$, 剪力组合设计值 $V_d^{1/2} = 88.3 \text{ kN}$, $V_d^0 = 479.8 \text{ kN}$ 。梁下缘配置 $8\phi 32 + 4\phi 16$ 纵向受拉钢筋, $A_s = 7238 \text{ mm}^2$ 。桥梁结构重要性系数 $\gamma_0 = 1.1$, T 形梁尺寸及钢筋布置如图 5.3.1 所示。试设计剪力钢筋。

一、验算截面尺寸

根据式(4.3.5)

$$\gamma_0 V_d \leq 0.51 \times 10^{-3} \sqrt{f_{cu,k}} b h_0$$

$$V_d = \frac{1}{1.1} \times 0.51 \times 10^{-3} \times \sqrt{25} \times 180 \times [1350 - (30 + \frac{34.5}{2})] = 543.6 \text{ kN} > V_d^0 = 479.8 \text{ kN}$$

所以该 T 形梁截面尺寸满足要求。

二、核算是否需要根据计算配置箍筋

按式(4.3.6)计算, 若满足 $\gamma_0 V_d \leq 0.50 \times 10^{-3} \alpha_2 f_{td} b h_0$, 则此梁段范围可仅根据构造要求设置箍筋。

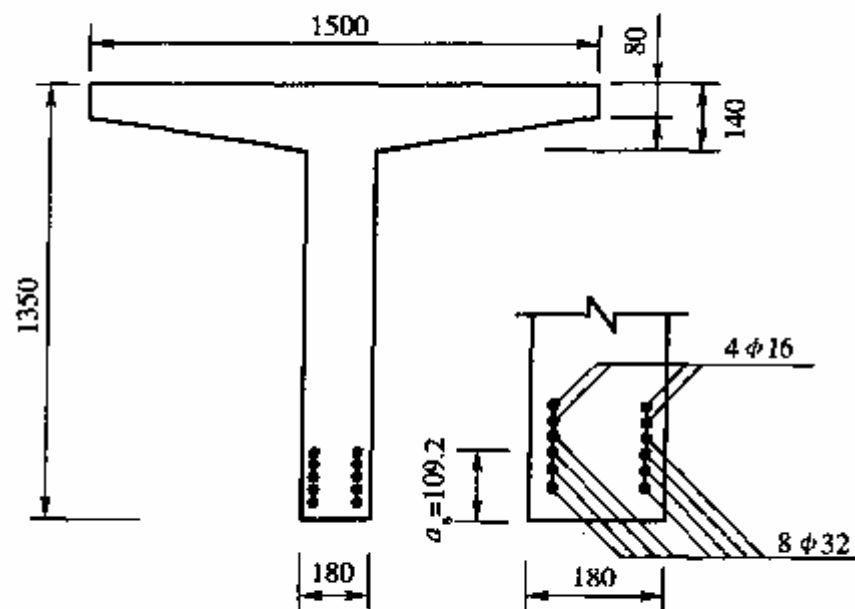


图 5.3.1 T 梁截面尺寸及配筋图(尺寸单位:mm)



$$0.50 \times 10^{-3} \alpha_2 f_{td} b h_0 = 0.5 \times 10^{-3} \times 1.0 \times 1.23 \times 180 \times \left[1350 - \left(30 + \frac{24.5}{2} \right) \right] = 144.2 \text{ kN}$$

$$\gamma_0 V_d^{1/2} = 106.8 \text{ kN} < 144.2 \text{ kN}$$

应取跨中的 h_0

故在近跨中区段可仅根据构造要求设置箍筋。

三、剪力钢筋设计

(一) 剪力图划分

(1) 绘剪力图, 如图 5.3.2(a) 所示。

(2) 计算不需要配置计算剪力筋区段长度 x

$$\frac{x}{10800} = \frac{144.2 - 88.3}{479.8 - 88.3}$$

$$x = 1542 \text{ mm}$$

所以, 按计算设置剪力钢筋梁段长度 $L_1 = 10800 - 1542.1 = 9258 \text{ mm}$

(3) 计算 V'_d (距支座中心 $\frac{h}{2}$ 处截面的计算剪力)

$$h/2 = 1350/2 = 675 \text{ mm}$$

$$V'_d = 88.3 + \frac{479.8 - 88.3}{10800} \times (10800 - 675) = 455.3 \text{ kN}$$

其中, 应由混凝土和箍筋承担的计算剪力

$$V_{cs} = 0.6 V'_d = 0.6 \times 455.3 = 273.2 \text{ kN}$$

应由弯起钢筋承受的计算剪力

$$V_{sb} = 0.4 V'_d = 0.4 \times 455.3 = 182.1 \text{ kN}$$



混凝土结构基本原理

(二) 箍筋设计

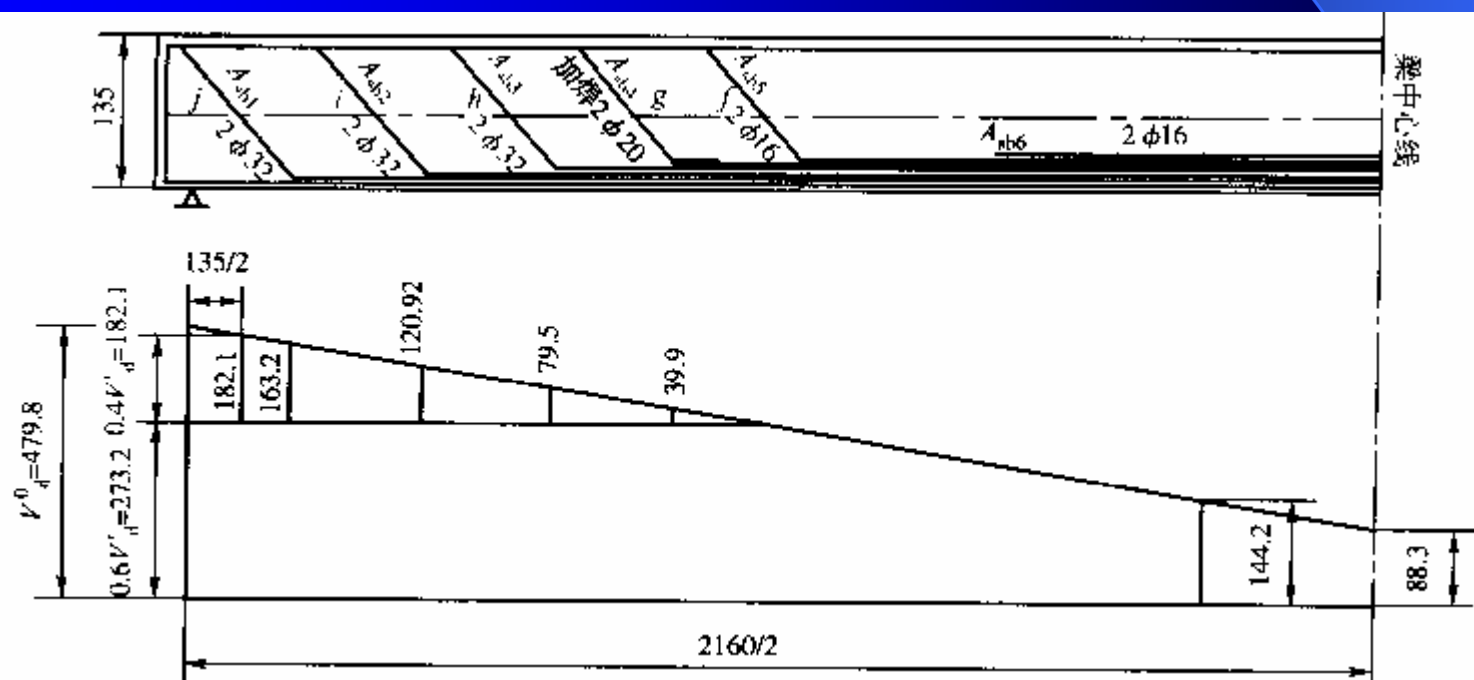
采用直径为 $\phi 8$ 的双肢箍筋, $A_{sv1} = 50.3 \text{ mm}^2$, $A_{sv} = n_{sv} A_{sv1} = 2 \times 50.3 = 100.6 \text{ mm}^2$, 一般受弯构件中箍筋常按等间距布置, 为计算简便, 计算公式中纵筋配筋百分率 ρ 及截面有效高度 h_0 均取跨中及支点截面的平均值。

$$\rho_{1/2} = 100 \rho_{1/2} = 100 \frac{A_s}{bh_0} = 100 \times \frac{7238}{(1350 - 109.2) \times 180} = 3.2$$

$$\rho_0 = 100 \rho_0 = 100 \times \frac{1609}{180 \times 1303} = 0.686$$

$$\rho = \frac{\rho_{1/2} + \rho_0}{2} = 1.943$$

$$h_0 = \frac{1303 + 1240.8}{2} = 1271.9 \text{ mm}$$





由式(4.3.9):

$$\begin{aligned}
 S_v &= \frac{\alpha_1^2 \alpha_3^2 0.2 \times 10^{-6} (2 + 0.6p) \sqrt{f_{cu,k}} A_{sv} f_{sv} b h_0^2}{(\xi \gamma_0 V_d)^2} \\
 &= \frac{1.0^2 \times 1.1^2 \times 0.2 \times 10^{-6} \times (2 + 0.6 \times 1.943) \times \sqrt{25} \times 100.6 \times 195 \times 180 \times (1271.9)^2}{(0.6 \times 1.1 \times 455.3)^2} \\
 &= 242.32 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

取 $S_v = 200 \text{ mm}$, 并根据《公桥规》要求, 支座中心至 $h/2 = 675 \text{ mm}$ 范围内取 $S_v = 100 \text{ mm}$,

$$\rho_k = \frac{A_{sv}}{b S_v} = \frac{100.6}{180 \times 200} = 0.0028 > \rho_{sblmin}$$

(三) 弯起钢筋设计

(1) 第一排弯起钢筋计算

根据《公桥规》规定, 计算第一排弯起钢筋时取用距支座中心 $h/2 = 675 \text{ mm}$ 处由第一排弯起钢筋承担的剪力 V_{sbl} , 即 $V_{sbl} = 0.4 V_d = 182.1 \text{ kN}$

$$\begin{aligned}
 A_{sbl} &= \frac{\gamma_0 V_{sbl}}{0.75 \times 10^{-3} f_{sd} \sin 45^\circ} \\
 &= \frac{182.1 \times 1.1}{0.75 \times 10^{-3} \times 280 \times \sin 45^\circ} = 1349 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

起弯 $2\phi 32$, 供给面积 $A_{sbl} = 1609 \text{ mm}^2 > 1349 \text{ mm}^2$ 。



混凝土结构基本原理

(2) 第二排弯起钢筋计算

计算第二排弯起钢筋时,取用第一排弯起钢筋弯起点处由弯起钢筋承担的那部分剪力值 V_{sh2} ,此时,第一排弯起钢筋弯起段的水平投影长度计算如下(设净保护层为 30 mm,上部架立钢筋为 2 ϕ 18)

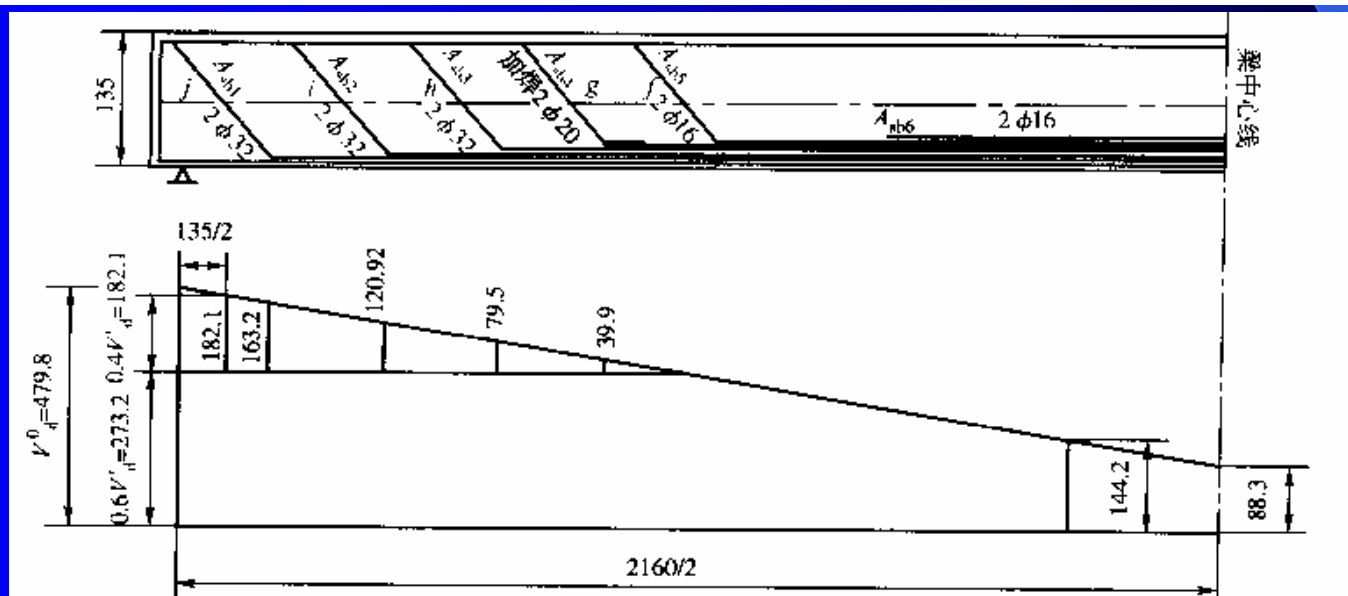
$$L_1 = h - 2 \times \text{保护层厚度} - d_{伸} - d_{架} - d_{弯}$$

$$L_1 = 1350 - 2 \times 30 - 34.5 - 34.5 - 20 = 1201 \text{ mm}$$

$$V_{sh2} = 88.3 + (479.8 - 88.3) \times \frac{10800 - 1199}{10800} = 273.2 \text{ kN}$$

$$A_{sh2} = \frac{\gamma_0 V_{sh2}}{0.75 \times 10^{-3} f_{sd} \sin 45^\circ} = \frac{1.1 \times 163.2}{0.75 \times 10^{-3} \times 280 \times \sin 45^\circ} = 1208 \text{ mm}^2$$

弯起 2 ϕ 32, 供给面积 $A_{sh2} = 1609 \text{ mm}^2 > 1208 \text{ mm}^2$ 。





(3) 第三排弯起钢筋计算

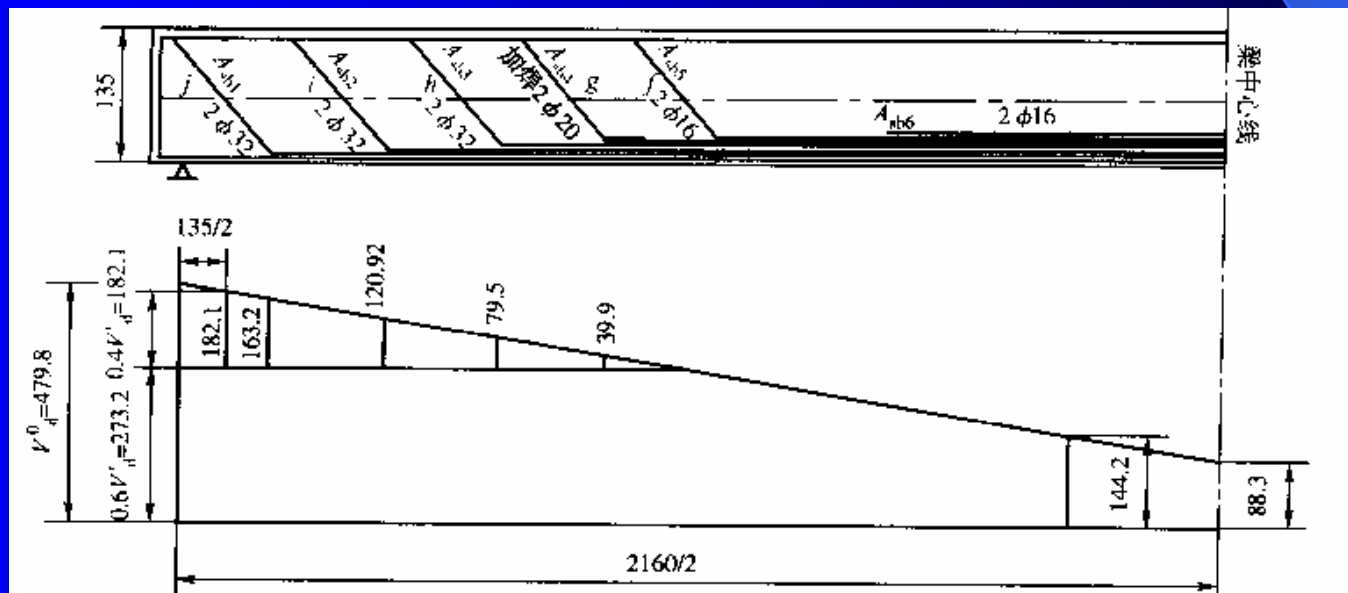
计算第三排弯起钢筋时,取用第二排弯起钢筋起弯点处应由弯起钢筋承担的那部分剪力值 V_{sb3} ,此时第二排弯起钢筋的水平投影长度

$$L_2 = L_1 - d_{弯} = 1199 - 34.5 = 1164.5 \text{ mm}$$

$$V_{sb3} = 88.3 + (479.8 - 88.3) \times \frac{10800 - 1199 - 1164.5}{10800} = 120.92 \text{ kN}$$

$$A_{sb3} = \frac{\gamma_0 V_{sb3}}{0.75 \times 10^{-3} f_{sd} \sin 45^\circ} = \frac{1.1 \times 120.92}{0.75 \times 10^{-3} \times 280 \times \sin 45^\circ} = 896 \text{ mm}^2$$

弯起 $2\phi 32$, 供给面积 $A_{sb3} = 1609 \text{ mm}^2 > 896 \text{ mm}^2$





(4) 第四排弯起钢筋计算

计算第四排弯起钢筋时,取第三排弯起钢筋起弯点处应由弯起钢筋承担的那部分剪力值 V_{sb4} ,此时

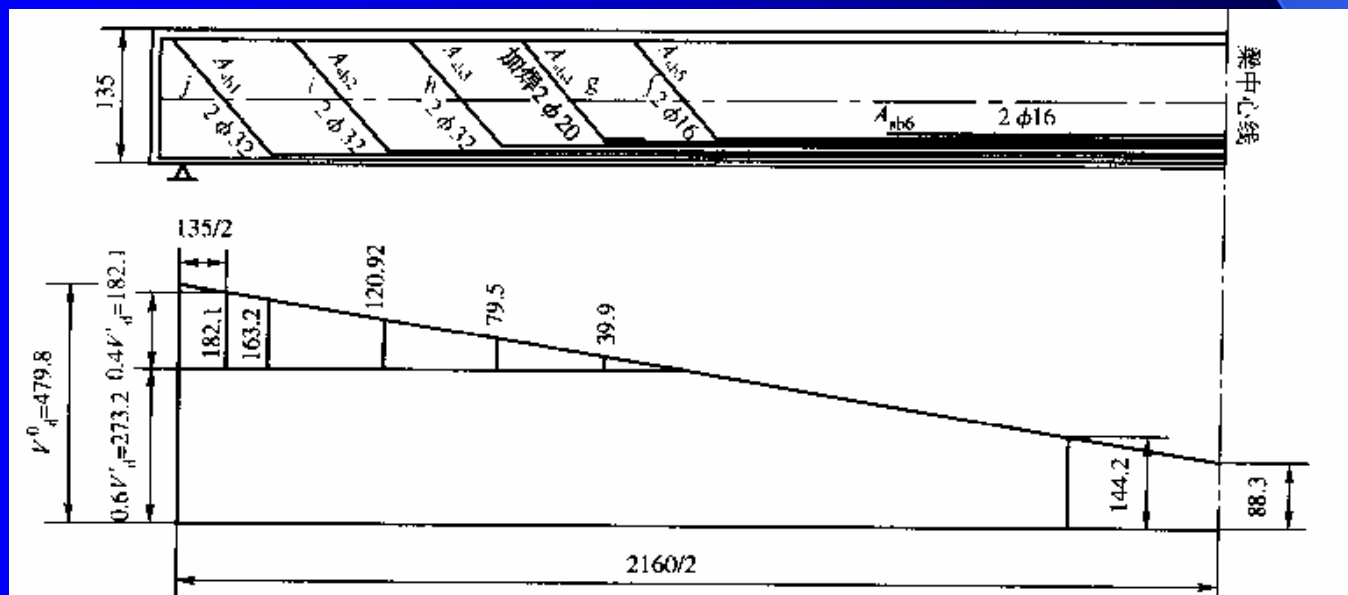
$$L_3 = L_2 - d_{弯3} = 1164.5 - 34.5 = 1130\text{mm}$$

同理

$$V_{sb4} = 79.96\text{kN}$$

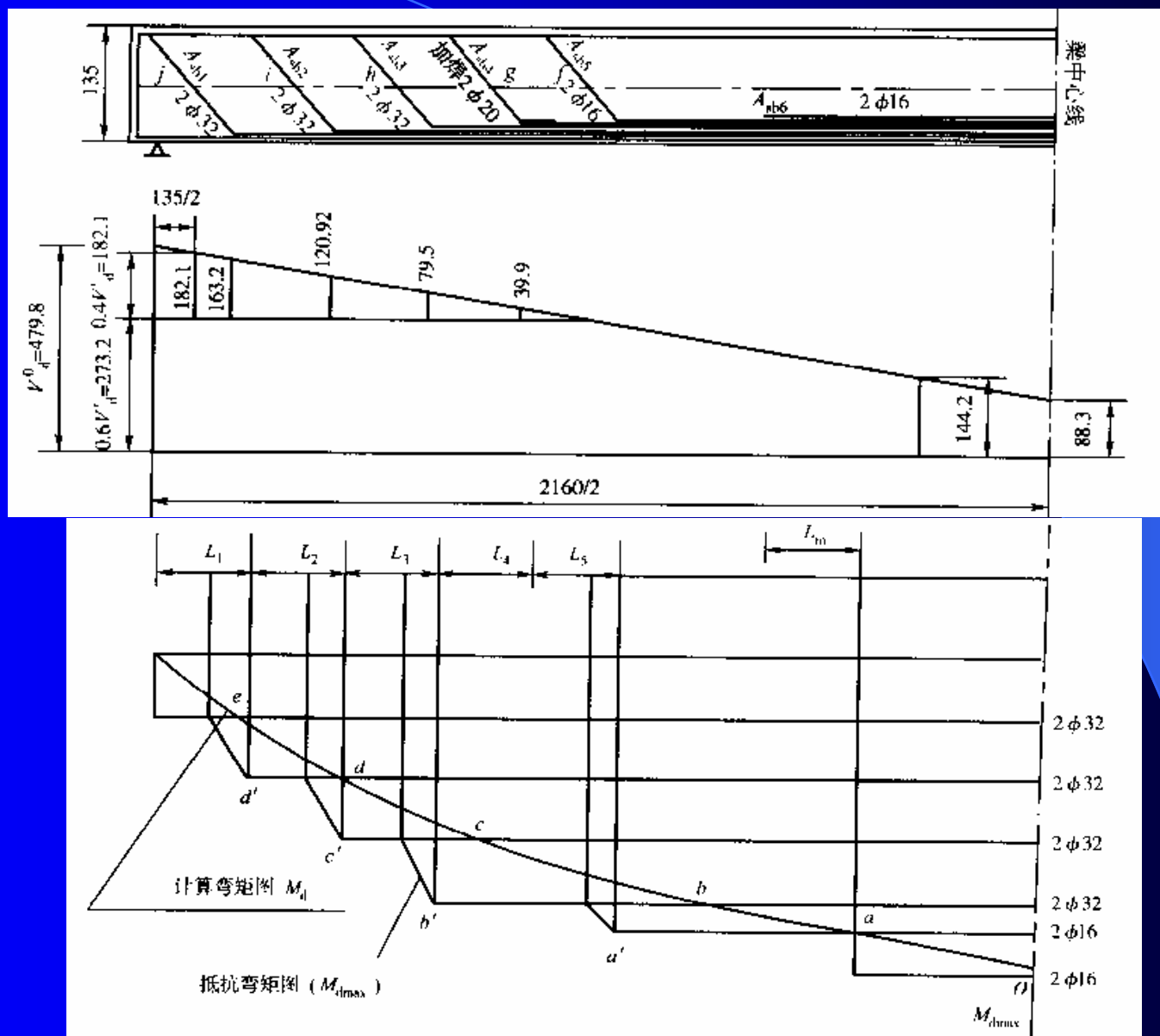
$$A_{sb4} = 592\text{ mm}^2$$

加焊 $2\phi 20$, 供给面积 $A_{sb4} = 628\text{ mm}^2 > 592\text{ mm}^2$ 。





混凝土结构基本原理





(5)第五排弯起钢筋计算

同理

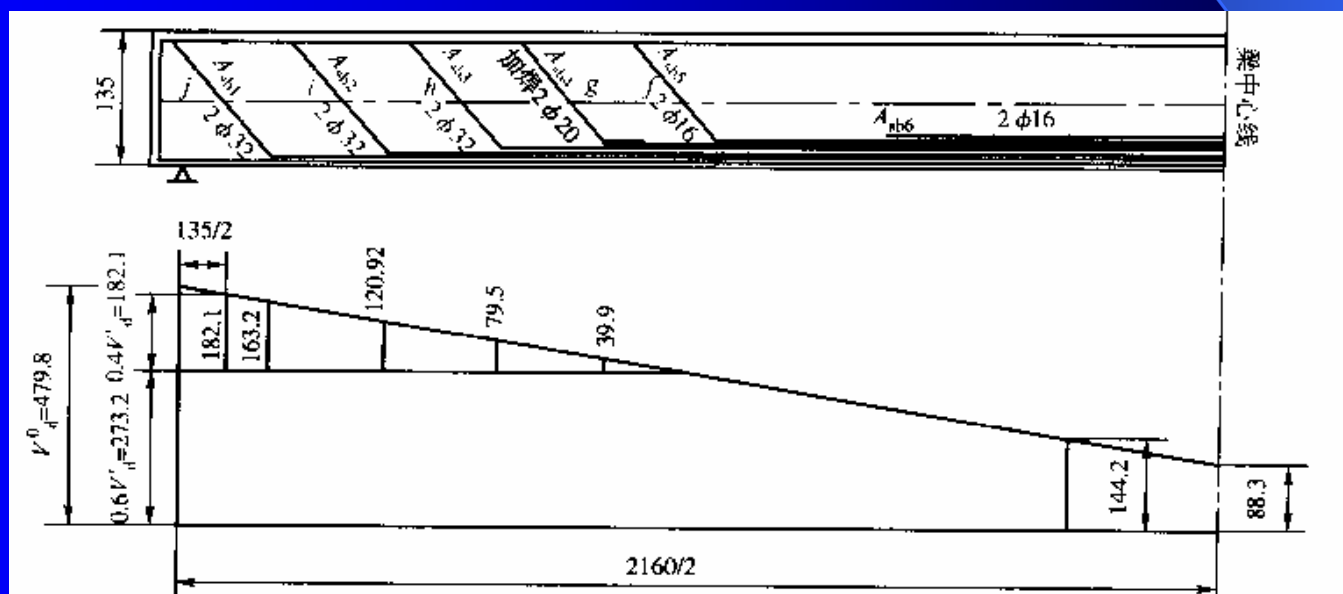
$$L_4 = L_3 - d_{\text{弯}4} = 1130 - 22 = 1108 \text{ mm}$$

$$V_{\text{sb}5} = 39.98 \text{ kN}$$

$$A_{\text{sb}5} = 296 \text{ mm}^2$$

弯起 $2\phi 16$, 供给面积 $A_{\text{sb}5} = 402 \text{ mm}^2 > 296 \text{ mm}^2$ 。

至此, 纵向钢筋尚余 $2\phi 16$ 未弯起, 可视具体情况在适当的位置截断。





四、全梁承载能力校核

(一)跨中截面所能承担的最大弯矩计算

$$b'_f = 1500\text{mm}, h'_f = 110\text{mm}, a_s = 109.2\text{mm}, h_0 = 1240.8\text{mm}$$

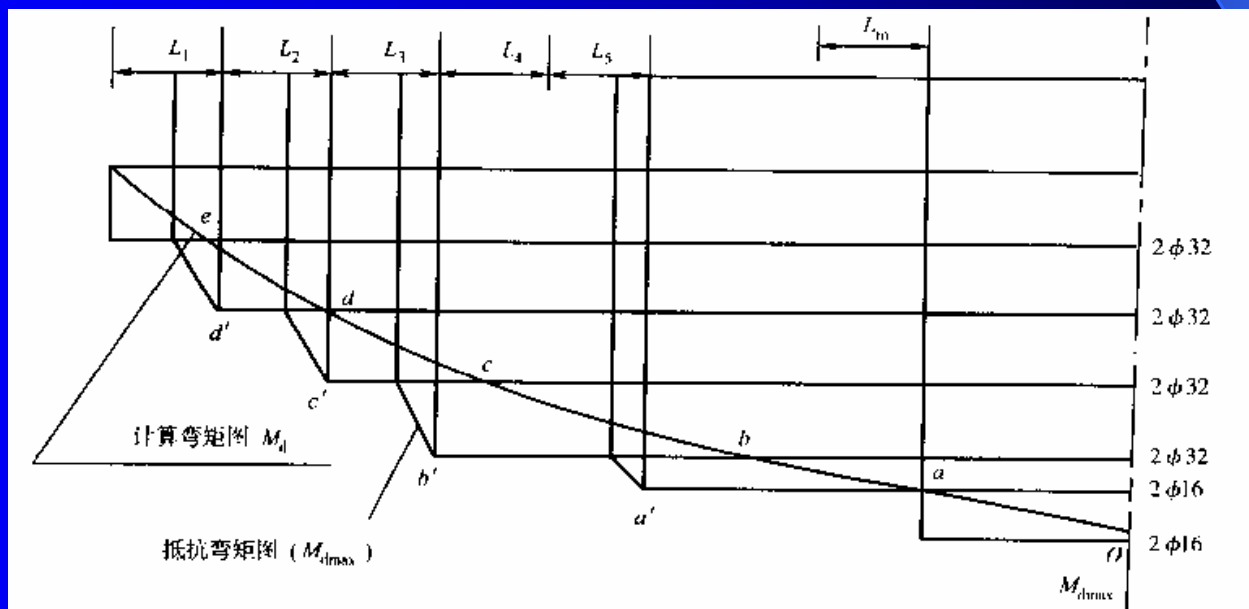
$$x = \frac{\sum f_{sd} A_s - f_{cd}(b_f - b)h'_f}{f_{cd}b} = \frac{280 \times 7238 - 11.5 \times (1500 - 180) \times 110}{11.5 \times 180} = 172.38\text{mm} < \xi_b h_0$$

$$\begin{aligned} M'_d &= \frac{1}{\gamma_0} \left[f_{cd} b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_{cd} (b'_f - b) h'_f \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) \right] \\ &= \frac{1}{1.1} \left[11.5 \times 180 \times 172.38 \times \left(1240.8 - \frac{172.38}{2} \right) + 11.5 \times (1500 - 180) \times 110 \times \left(1240.8 - \frac{110}{2} \right) \right] \\ &= 2174.58\text{kN}\cdot\text{m} > M_d = 2100\text{ kN}\cdot\text{m} \end{aligned}$$



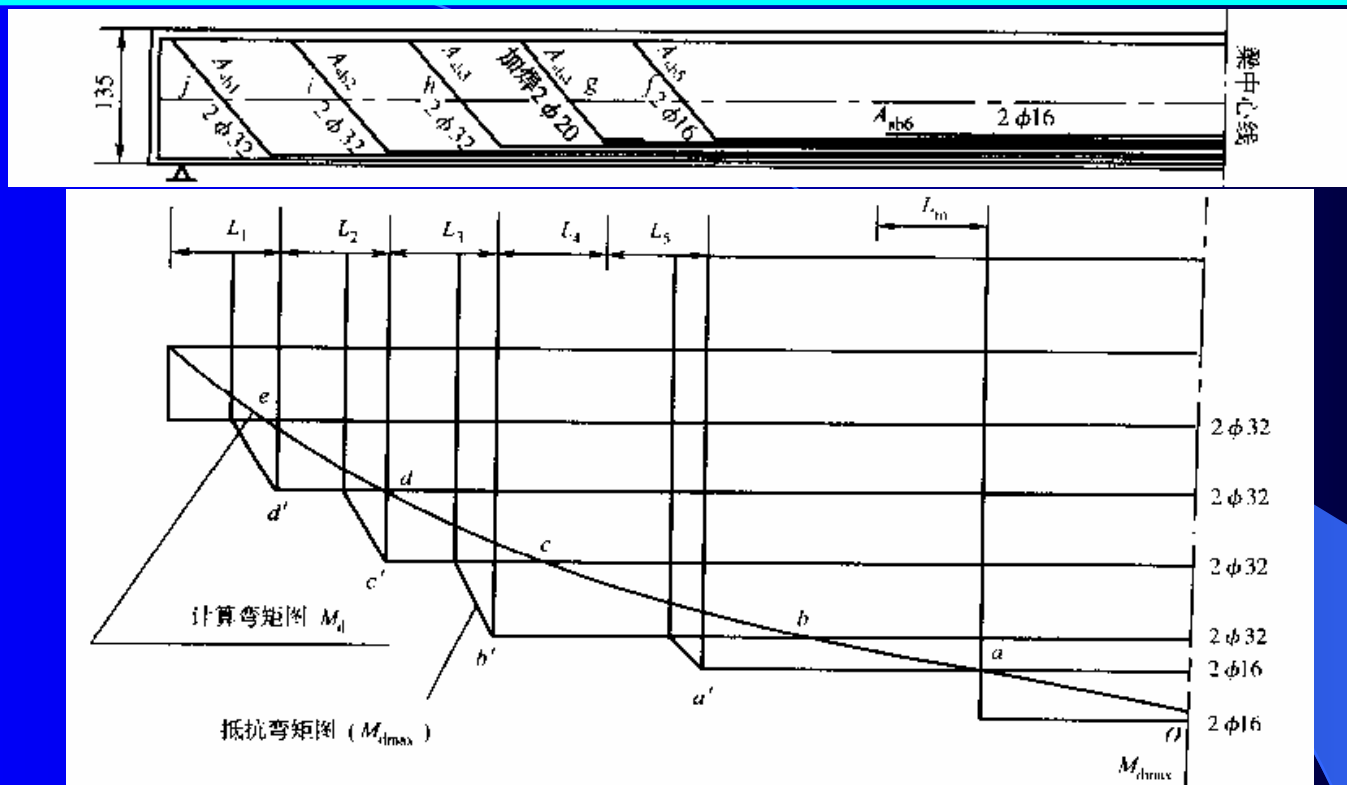
(二)绘制承载力图(称材料图)进行全梁承载力校核

首先将弯矩包络图 $M_d - L$ 按比例尺画出(由支点、 $L/4$ 、 $L/2$ 处截面最大弯矩值连成曲线,如图 5.3.2(b)所示,然后将 $M'_d(2174.58 \text{ kN}\cdot\text{m})$ 采用与弯矩包络图相同的比例尺,画出抗力图 $M'_d - L$ 在跨中的纵坐标,再近似地按受力钢筋截面面积比分为 4:4:4:4:1:1 份,过各分点作水平线,弯矩包络图与各水平线交点,即可近似求得各根钢筋的“充分利用点”和“理论断点(即不需要点)”[见表 5.3.1]。再根据弯起钢筋的弯起点(按斜截面抗剪计算确定及构造要求确定)和截面钢筋的截断点位置及弯起钢筋与梁中心线(通常为半梁高)的交点,即可绘出材料的抵抗弯矩图。由图 5.3.2(b)中可见,按上述斜截面抗剪强度所决定的弯起钢筋位置而绘制的抵抗弯矩图没有侵入弯矩包络图,即所有正截面强度都能满足要求,并满足斜截面抗弯强度的构造措施要求。





混凝土结构基本原理



弯起钢筋位置

表 5.3.1

钢筋号	A_{sb1}	A_{sb2}	A_{sb3}	A_{sb4}	A_{sb5}	A_{sb6}
点 位						
充分利用点	d	c	b	加 焊 钢 筋	a	o
不需要点	e	d	c		b	a
弯起点到充分利 用点距离	$dd' > h_0/2$	$cc' > h_0/2$	$bb' > h_0/2$		$aa' > h_0/2$	通过 a 点后 在 L_m 外截断
弯起钢筋与梁轴 交点位置	j 在 e 外侧	i 在 d 外侧	h 在 c 外侧		f 在 b 外侧	



- 本章习题（教材P.84）：2 [自行练习，不需交批]
- 第一次测验作业 [需交批]：
 - 要求：（1）闭卷完成；（2）使用作业本；
 - 交批日期：10月13日
- 课程设计 [单独评定成绩]：
 - 要求：（1）10月13日开始，12月8日提交设计文件（设计说明书和图纸）；（2）设计说明书使用A4规格纸张，与图纸一起装订成册。



谢 谢